



Διαθεματικό πρόγραμμα: Ο Πυθαγόρας, το θεώρημα και οι εφαρμογές του.

Κωνσταντίνου Δ., Ψυχάρης Σ.

3ο Γενικό Λύκειο Λαμίας, dionkon@otenet.gr

Ανωτάτη Σχολή Τεχνολογικής και Παιδαγωγικής Εκπαίδευσης, ΑΣΠΑΙΤΕ,
spsycharis@gmail.com

Πρόκειται για διαθεματική προσέγγιση στη ζωή του Πυθαγόρα, το ιστορικό και φιλοσοφικό του πλαίσιο, την περί μουσικής θεωρία του, το Πυθαγόρειο θεώρημα και εφαρμογές του στη φυσική και άλλες περιοχές της καθημερινής πραγματικότητας. Η συνειδητοποίηση της διασύνδεσης φυσικής και μαθηματικών και της σύνδεσης αυτών με πλευρές της καθημερινής ζωής είναι εκ των βασικών στόχων του προγράμματος, που διεξάγεται με τη μέθοδο project και απευθύνεται σε μαθητές Β ή Γ Γυμνασίου, προβλέπει συνεργασία μεταξύ τους έρευνα σε ποικίλες πηγές, του διαδικτύου συμπεριλαμβανομένου, σύνθεση και παρουσίαση εργασιών. Συνοδεύεται από φύλλα εργασίας, πολυμεσικές εφαρμογές και βοηθητικό υλικό. Σημαντική συνιστώσα του προγράμματος είναι οι δραστηριότητες στις οποίες γίνεται χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού και πλατφόρμας ηλεκτρονικής επικοινωνίας. Εκτός Φυσικής και μαθηματικών στο σχεδιασμό εμπλέκονται και γνωστικά πεδία όπως Ιστορία, Φιλοσοφία και Μουσική.

1. Εισαγωγή

Η συνειδητοποίηση της διάχυσης του Πυθαγόρειου θεωρήματος σε πολλές περιοχές γνώσης, εφαρμογών και καθημερινής πραγματικότητας, μπορεί να συμβάλλει στη διαμόρφωση ολιστικής αντιμετώπισης της γνώσης, ειδικότερα στη σύνδεση φυσικής και μαθηματικών. Αυτό είναι κεντρική συνιστώσα του σεναρίου, με το οποίο επιχειρείται η αντιμετώπιση μαθησιακών δυσκολιών σχετικά με το παραπάνω ζήτημα αφ' ενός, η «συνάντηση» με τον Πυθαγόρα, το έργο του και την εποχή του αφ' ετέρου. Σε συνάρτηση με το προηγούμενο, επιχειρείται η ανάπτυξη δεξιότητας χειρισμού ζητημάτων της φυσικής με χρήση μαθηματικών εργαλείων και η εμβάθυνση σε ζητήματα που άπτονται φυσικής και μαθηματικών. Η προσέγγιση κατέληξε σε διαθεματικό σχεδιασμό και διαπραγμάτευση με τη μέθοδο project.

2. Οργάνωση της Τάξης

Οι μαθητές (Β ή Γ Γυμνασίου) εργάζονται σε ομάδες των 5, ανά 2 ή 3 στο εργαστήριο Η/Υ και ομαδικά ή «κατά μόνας» σε προσωπικούς υπολογιστές, αναπτύσσουν δραστηριότητες εκτός σχολείου (επισκέψεις, συνεντεύξεις κλπ), επικοινωνούν και μέσω ηλεκτρονικής πλατφόρμας. Κάθε ομάδα ασχολείται με ένα κύκλο ζητημάτων. Προβλέπονται συναντήσεις της ολομέλειας ώστε σε συνδυασμό και με την ασύγχρονη επικοινωνία να υπάρξει από όλους σφαιρική αντίληψη και συμμετοχή στο όλο έργο. Εκτός από το τελικό προϊόν, μεγάλη σημασία έχει η πορεία προς αυτό. Συνιστάται η ενθάρρυνση των μαθητών προς την κατεύθυνση ανάπτυξης πρωτοβουλίας και διαπραγμάτευσης θεμάτων που τους προκαλούν το ενδιαφέρον, στο πλαίσιο των ρυθμών τους, μαθησιακών και άλλων.



3. Στόχοι

- Η ενημέρωση για τα κύρια ιστορικά και πολιτιστικά χαρακτηριστικά της εποχής του Πυθαγόρα, τη ζωή, τις δραστηριότητες και τις φιλοσοφικές αντιλήψεις του.
- Η "ανακάλυψη" του Πυθαγόρειου θεωρήματος.
- Η εμβάθυνση στην έννοια του διανύσματος και την πρόσθεσή τους, ειδικά δυνάμεων και μετατοπίσεων και η ανάπτυξη ενοποιητικής αντίληψης ως προς το χειρισμό των διανυσμάτων.
- Η συσχέτιση των μαθηματικών με τη φυσική και η εφαρμογή μαθηματικών τεχνικών σε ζητήματα φυσικής και σε άλλα πρακτικά ζητήματα. Η συνειδητοποίηση της διάστασης των μαθηματικών ως εργαλείου σε άλλες επιστήμες, στη μουσική (για παράδειγμα στη χρονική αξία των μουσικών φθόγγων, στο ρυθμό και στη σύνδεση της συχνότητας του παραγόμενου ήχου με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της ηχογόνου πηγής) και σε άλλες πλευρές της ζωής.
- Η συσχέτιση της φυσικής με καταστάσεις, ζητήματα και προβλήματα της καθημερινής ζωής και η ενασχόληση με τέτοια προβλήματα.
- Η κατασκευή απλού μουσικού οργάνου που θα χορδιστεί κατά τη φυσική μουσική κλίμακα.
- Η διαπίστωση του ολιστικού χαρακτήρα της γνώσης και των συσχετίσεων ανάμεσα σε διαφορετικά γνωστικά πεδία.
- Η κοινωνικοποίηση και η συνειδητοποίηση του ότι "μαθαίνω", "δημιουργώ" "συνεργάζομαι", και "διασκεδάζω" μπορούν να συνυπάρχουν.

4. Παιδαγωγικές αρχές και προσέγγιση του παιδαγωγικού λογισμικού

Το πρόγραμμα περιλαμβάνει εικονικά πειράματα. Χρησιμοποιείται το interactive physics, στον «εργαστηριακό χώρο» του οποίου τα πειράματα εξελίσσονται με απλούς χειρισμούς ενώ χαρακτηρίζεται από διαδραστικότητα και παρέχει πολλαπλές αναπαραστάσεις (διανυσματική, στροβοσκοπική, γραφήματα κλπ), ώστε οι μαθητές με κατάλληλη καθοδήγηση αλλά και αυτενέργεια φτάνουν στους διδακτικούς στόχους. Προτείνεται ηλεκτρονική πλατφόρμα επικοινωνίας, όπου θα γίνονται συζητήσεις, σχολιασμοί εργασιών και θα λύνονται ζητήματα ασύγχρονα ή σε πραγματικό χρόνο. Στο υλικό περιλαμβάνονται video με υποδείξεις χρήσης του IP. Οι μαθητές καλούνται να αυτενεργήσουν, αξιοποιώντας και τις πληροφορίες από τα video. Στα φύλλα εργασίας ζητείται η διατύπωση υποθέσεων ή προβλέψεων, που θα ελεγχθούν στη συνέχεια, συμπερασμάτων και γενικεύσεων των συμπερασμάτων αυτών.

5. Εννοιολογικές δυσκολίες και εναλλακτικές ιδέες των μαθητών

Πολλοί μαθητές δυσκολεύονται στη μαθηματική έκφραση των φυσικών νόμων και στην, από ένα σημείο και μετά, επεξεργασία των ζητημάτων της φυσικής με μαθηματικά εργαλεία, προχωρώντας ενίοτε σε φορμαλιστική επεξεργασία των σχέσεων, αγνοώντας ή ίσως αδιαφορώντας για τη βαθύτερη σύνδεση φυσικής - μαθηματικών (Όνομα συγγραφέων 1). Σε συνάφεια με αυτό, πολλές φορές οι μαθητές αντιλαμβάνονται μάλλον εμπειρικά την έννοια "διάνυσμα" και δυσκολεύονται στην εκτέλεση πράξεων μεταξύ διανυσμάτων (Poynter & Tall, 2005). Δεν είναι σπάνιο να εξαντλούν το διάνυσμα στο μέτρο του, «ξεχνώντας» διεύθυνση και φορά. Ένα σχετικό παράδειγμα είναι η ταχύτητα (F. M. Goldberg & J. H. Anderson, 1989)

6. Διαδικασίες

6.Α. Διευθέτηση της ομάδας του προγράμματος

Οι μαθητές και μαθήτριες που συμμετέχουν στο πρόγραμμα χωρίζονται σε 5μελείς ομάδες που



θα διαπραγματευτούν ένα κύκλο θεμάτων εκάστη. Συγκεντρώνονται τακτικά, συζητούν την πρόοδο των εργασιών, διευθετούν δυσκολίες αν προκύψουν επαναπροσδιορίζουν ενδεχομένως στόχους, χρονικά όρια, διαδικασίες και ίσως θέματα προς διαπραγμάτευση. Κάθε ομάδα οργανώνει τις δραστηριότητές της, καθορίζει χρονοδιάγραμμα και επί μέρους στόχους, στο πλαίσιο του γενικού σχεδιασμού. Ερευνά όπου θεωρεί σκόπιμο (βιβλιοθήκη του σχολείου, internet κλπ). Συναντά εξειδικευμένα πρόσωπα και συζητά μαζί τους, κατά περίπτωση. Οργανώνει το υλικό που συλλέγει και όταν το θεωρήσει ικανοποιητικό συνθέτει την εργασία που ανέλαβε. Οι καθηγητές του προγράμματος οργανώνουν, παρακολουθούν, συμμετέχουν στις συσκέψεις των ομάδων, προκαλούν το ενδιαφέρον των μαθητών καθοδηγούν διακριτικά παρεμβαίνουν συμβουλευτικά, και δίνουν λύσεις όπου και όταν χρειάζεται.

6.Β. Εναρκτήρια συνεδρίαση.

Η ολομέλεια αποφασίζει για το θέμα και τα επί μέρους τμήματά του, για παράδειγμα μετά από ένα καταγισμό ιδεών, και για το γενικό χρονικό πλαίσιο. Καθορίζονται οι ομάδες εργασίας.

6.Γ. Πλατφόρμα σύγχρονης και ασύγχρονης επικοινωνίας.

Προτείνεται η ίδρυση e-πλατφόρμας (π.χ. Blog, google – ομάδας, wiki κλπ), όπου θα γίνονται συζητήσεις και θα ανεβαίνει η δουλειά κάθε ομάδας, θα σχολιάζεται και θα οριστικοποιείται. Η διαρκής επικοινωνία μεταξύ των μελών κάθε ομάδας από τη μια και μεταξύ των ομάδων από την άλλη, μέσω αυτής της πλατφόρμας καθώς και με τις συναντήσεις, θα συντελέσει στη σφαιρική επεξεργασία αλλά και αντίληψη όλου του προγράμματος από τους μαθητές.

7.Λήξη του προγράμματος

Στο τέλος γίνεται παρουσίαση των εργασιών και δημοσίευση στην ιστοσελίδα του σχολείου, μαζί με ότι άλλο υλικό έχει μαζευτεί (φωτογραφίες βίντεο συνεντεύξεις κλπ). Αν υπάρχει οικονομική δυνατότητα εκδίδεται και ένα καλαίσθητο τεύχος που διανέμεται στους μαθητές και σε όποιον άλλο. Μπορεί να παραχθεί και δίσκος ακτίνας, στον οποίο θα περιλαμβάνονται όλα τα υλικά του προγράμματος.

Στην τελική συνεδρίαση της ομάδας γίνεται αποτίμηση: α) Τι μάθαμε; Τι άλλο κέρδος αποκομίσαμε; β) Τι άλλο θα μπορούσαμε να κάνουμε; γ) Σε ποια σημεία το έργο ήταν κατώτερο των προσδοκιών και γιατί; δ) Πώς εκτιμάμε τις διαδικασίες και τις δραστηριότητες;

8.Δραστηριότητες

Όλες οι ομάδες:

Από το "Προτεινόμενο υλικό" τρέξτε τη δραστηριότητα 1 "Το Πυθαγόρειο θεώρημα".

Υλικά: Ικανός αριθμός καρτών σε διάφορα χρώματα. Για παράδειγμα 100 μπλε, 70 κίτρινες και 40 πράσινες. (Με κατάλληλους χειρισμούς χρειάζονται λιγότερες).

Χώρος: Ένα αρκετά μεγάλο τραπέζι στο εργαστήριο Η/Υ – Φυσικής. *Διάρκεια:* 20 min.

Οδηγίες: Αναφέρονται στη «δραστηριότητα 1» και στην αντίστοιχη θέση της παρουσίασης "Το Πυθαγόρειο θεώρημα" καθώς και στο φύλο εργασίας.

1^η ομάδα

Η ομάδα σας αποφάσισε να σχηματίσει μια λαϊκή ορχήστρα με μπουζούκι, κιθάρα, σάζι, μπαγλαμαδάκι και ένα έγχορδο δικής σας κατασκευής. Αποφάσισε να μελετήσει τη φυσική μουσική κλίμακα, ώστε να κατασκευάσει μουσικά όργανα.

α) Κατασκευάστε ένα απλό μουσικό όργανο και χορδίστε το στη φυσική μουσική κλίμακα.

β) Αναλύστε τα διαστήματα μιας αρχαίας ελληνικής μουσικής κλίμακας. Συνθέστε ένα μικρό μουσικό έργο πάνω στην κλίμακα αυτή.

γ) Απευθυνθείτε σε κατασκευαστή οργάνων, και μάθετε όσο περισσότερα "μυστικά" μπορείτε

σχετικά με τα λαϊκά αυτά όργανα.

δ) Περιγράψτε τις ενέργειές σας και τις πληροφορίες που αποκομίσατε σχετικά με τα πιο πάνω ζητήματα στην πλατφόρμα επικοινωνίας.

ε) Οργανώστε μία μουσική παράσταση στην αίθουσα συναυλιών του σχολείου σας.

2^η Ομάδα:

Υποθέτουμε ότι είστε μία δυναμική φιλομαθής ομάδα, που ζει στον Κρότωνα της Σικελίας την εποχή του Πυθαγόρα και ότι αποφασίσατε να τον επισκεφθείτε και να ενημερωθείτε για τη σχολή του, με σκοπό να φοιτήσετε σ' αυτήν.

α) Γράψτε συνοπτική βιογραφία του Πυθαγόρα, αφού επισκεφθείτε τις βιβλιοθήκες της πόλης σας και του σχολείου σας καθώς και το internet. Χρησιμοποιείστε και τα σχολικά σας βιβλία.

β) Περιγράψτε το κοινωνικό, πολιτιστικό και πολιτικό πλαίσιο της εποχής αυτής.

γ) Περιγράψτε τη συνάντησή σας με τον Πυθαγόρα, με τη μορφή συνέντευξης ή θεατρικής παράστασης.

δ) Ανεβάστε το σχετικό υλικό που θα παραχθεί στην ηλεκτρονική πλατφόρμα επικοινωνίας, του προγράμματος.

3^η Ομάδα:

Είστε μια ομάδα μηχανικών του 3ου αι. μετά την πρώτη Ολυμπιάδα και κατασκευάζετε ένα ψηλό κτίριο. Ο νεόπλουτος ιδιοκτήτης ζητά να κρεμάσετε ένα μαρμάρινο άγαλμα της Αθηνάς πάνω από το μέσον της μεγάλης αίθουσας με δύο αλυσίδες, με μήκη 6 και 8 μέτρα, έτσι που η γωνία τους να είναι 90° . Μελετήστε το πρόβλημα της ανάρτησης, και προτείνετε:

α) Πόσο πρέπει να απέχουν οι δύο μεγάλοι κρίκοι, που θα στερεωθούν στο ταβάνι του κτιρίου;

β) Τι δύναμη θα δέχεται ο κάθε κρίκος αν η μάζα του αγάλματος είναι 5 Tn;

Θα πρέπει να εξηγήσετε στον ιδιοκτήτη τη λύση που προτείνετε και να είστε σε θέση να απαντήσετε σε κάθε ερώτηση που θα σας κάνει σχετικά με το ζήτημα αυτό. Συζητήστε μεταξύ σας, διατυπώστε πιθανές ερωτήσεις και βρείτε τις απαντήσεις γιατί εκτός από νεόπλουτος είναι και ιδιότροπος, όπως άλλωστε και αρκετοί του είδους. Για την καλύτερη προετοιμασία σας ανοίξτε και τρέξτε το "Φύλλο εργασίας 4".

γ) Ανεβάστε το σχετικό υλικό που θα παραχθεί στην e-πλατφόρμα του προγράμματος.

4η Ομάδα:

Πώς συνδέονται τα ορθογώνια τρίγωνα με διάφορες δραστηριότητες, που δεν έχουν προφανή σχέση με τα μαθηματικά και τη φυσική;

Συζητήστε με ένα ξυλουργό και έναν οικοδόμο πώς προσδιορίζουν τις ορθές γωνίες στις κατασκευές τους.

Ανοίξτε το "Φύλλο εργασίας 3" και τρέξτε το. Αναζητήστε πληροφορίες σε ποικίλες πηγές και περιγράψτε τον τρόπο με τον οποίο υπολόγισε το ύψος της πυραμίδας του Χέοπα ο Θαλής ο Μιλήσιος. Υπολογίστε το ύψος ενός δένδρου ή κτιρίου ή μνημείου με παρόμοιο τρόπο.

Ανεβάστε τις εργασίες σας στον ηλεκτρονικό χώρο του προγράμματος.

Όλες οι ομάδες:

Εξοικειωθείτε με το interactive physics, ανοίξτε το "Φύλλο εργασίας 2" και απαντήστε το. Συζητήστε στην e-πλατφόρμα και ανεβάστε ένα απαντημένο φύλλο 2, που θα περιλαμβάνει και ενδεχομένως θα συνθέτει τις απαντήσεις, που θα προκύψουν από την συζήτησή σας. Για το σκοπό αυτό καλό θα ήταν να αναλάβει κάποιος το ρόλο του συντονιστή, στην εργασία αυτή.

9. Χρονικός προγραμματισμός

Η διάρκεια του προγράμματος είναι τρίμηνη. Στο τέλος της 2ης, 4ης, ...12ης βδομάδας γίνεται συνάντηση της ολομέλειας, για αλληλοενημέρωση, εκτίμηση της προόδου των εργασιών και προγραμματισμό των βημάτων μέχρι την επόμενη συνάντηση. Μία φορά μέσα στην 1η, 3η, ...



11η βδομάδα γίνονται συναντήσεις των 5μελών ομάδων, που μπορούν να καθορίζονται πιο ευέλικτα. Την 13η βδομάδα ολοκληρώνονται οι εργασίες και προετοιμάζεται η παρουσίαση τους. Κατά τη διάρκεια του προγράμματος οι μαθητές μπαίνουν στην ηλεκτρονική πλατφόρμα, ανταλλάσσουν απόψεις, συζητούν, "ανεβάζουν" τις εργασίες τους και τις σχολιάζουν. Μετά την παρουσίαση θα γίνει συνάντηση όλων των μελών, όπου θα γίνει αποτίμηση της εργασίας των ομάδων και όλου του έργου. Είναι σημαντικό να τηρούνται οι προθεσμίες και οι εργασίες να σχεδιάζονται έχοντας ληφθεί υπ' όψη ο διαθέσιμος χρόνος των μαθητών.

10. Φύλλα εργασίας – Παρατηρήσεις (σταχυολόγηση)

10.A: 1^ο Φύλλο εργασίας

Έχετε μπροστά σας αρκετές τετράγωνα κάρτες διαφόρων χρωμάτων.

1. Ανοίξτε την εφαρμογή «Το Πυθαγόρειο θεώρημα» και απαντήστε την ερώτηση της διαφ. 4.
2. Προχωρήστε στην ερώτηση της διαφάνειας 5, χρησιμοποιώντας τις χρωματιστές κάρτες. Γράψτε την παρατήρησή σας.
3. Στην ερώτηση της διαφάνειας 6, προσδιορίστε χωρίς να προχωρήσετε σε κατασκευή πόσες κάρτες χρειάζονται για την κατασκευή της υποτεινουσας του τριγώνου και γράψτε τον αριθμό στο φύλλο εργασίας. (αξιοποιώντας τις απαντήσεις στις προηγούμενες ερωτήσεις. Γράψτε τον αριθμό των καρτών και στη συνέχεια κατασκευάστε με τις κάρτες το τετράγωνο της υποτεινουσας. Αν έχετε λίγες κάρτες, βρείτε τρόπο να προσδιορίσετε με λιγότερες κάρτες το «τετράγωνο της υποτεινουσας» και εξηγήστε την τεχνική σας. Συνοψίστε τα συμπεράσματά σας για τα τετράγωνα με πλευρές μήκους ίσου με τις πλευρές του τριγώνου.

Παρατηρήσεις:

Η διεκπεραίωση γίνεται παράλληλα με την αντίστοιχη εφαρμογή. Οι μαθητές θα χρειαστούν μικρές χαρτονένιες κάρτες σε τρία χρώματα. Στην τελευταία εφαρμογή, όπου απαιτούνται πολλές κάρτες, το τετράγωνο της υποτεινουσας μπορεί να προσδιοριστεί αν κατασκευαστεί μόνο το περίγραμμα (56 κάρτες), ή ακόμα καλύτερα μόνο οι δύο διαστάσεις (29 κάρτες) και μάλιστα ίσως είναι καλό να οδηγηθούν οι μαθητές στη λύση αυτή. Ίσως είναι καλύτερα να μην έχουν τις 225 κάρτες ώστε να αναπτύξουν πρωτοβουλία.

10.B: 2^ο Φύλλο εργασίας

1. Άνοιξε τη σελίδα "Γνωριμία με το interactive physics" (IP) και μελέτησέ την. Άνοιξε το IP στον υπολογιστή σου, αναγνώρισε τα menu και κάνε κάποιες ενέργειες που νομίζεις ότι θα σε βοηθήσουν να εξοικειωθείς με αυτό το περιβάλλον.
 3. Στη συνέχεια εφάρμοσε δημιουργικά όσα είδες στη σελίδα της γνωριμίας με το IP και:
 - Δώσε κατάλληλη μορφή στην επιφάνεια εργασίας σου.
 - Σχεδίασε ένα ορθογώνιο τρίγωνο και τα τετράγωνα των πλευρών του.
 - Βρες το εμβαδόν του κάθε τετραγώνου. Ποια σχέση έχουν μεταξύ τους τα εμβαδά αυτά;
 - Επανάλαβε μερικές φορές τα ίδια βήματα για διαφορετικά ορθογώνια τρίγωνα, συγκέντρωσε σε πίνακα τις μετρήσεις σου και διατύπωσε τα συμπεράσματα που βγάζεις.
- Παρατήρηση: Η διαδικασία αυτή μπορεί να θεωρηθεί ισχυρή ένδειξη (όχι απόδειξη) ότι όσα τρίγωνα και αν σχεδιάσεις η σχέση των τετραγώνων των πλευρών θα είναι η ίδια.
4. Εκτίμησε την ακρίβεια των μετρήσεών σου και σχολίασε τυχόν μικρές αποκλίσεις από τη σχέση που περιμένεις να προκύψει.

Παρατηρήσεις:

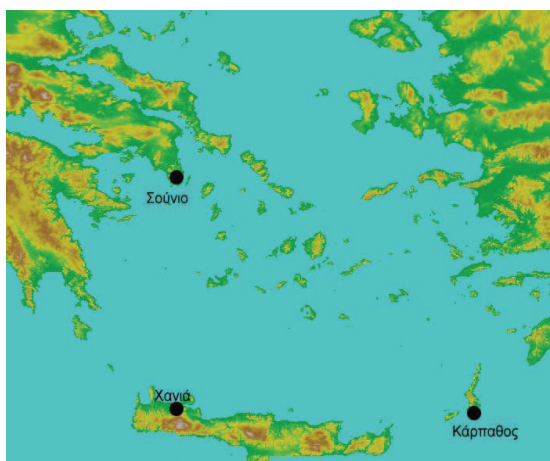
Οι οδηγίες δίνονται σε video και δείχνουν έναν από τους δυνατούς τρόπους για να προβεί κάποιος στις δραστηριότητες του φύλλου εργασίας. Σε κάποιες από αυτές θα πρέπει να γίνει δημιουργική εφαρμογή. Ο μαθητής είναι σκόπιμο να ασχοληθεί / εξοικειωθεί με το λογισμικό και στη συνέχεια να εργαστεί πάνω στις δραστηριότητες που περιγράφονται στο φύλλο.

10.Γ: 3ο Φύλλο εργασίας

1. Άνοιξε τη δραστηριότητα 2. "Το πυθαγόρειο θεώρημα και η μετατόπιση". Όπως στην εφαρμογή, δοκίμασε να κάνεις τα ίδια βήματα. Περιπάτησε 8 βήματα σε ευθεία, 6 βήματα κάθετα και επέστρεψε κατ' ευθείαν στο αρχικό σημείο. Σχεδίασε με διανύσματα τις διαδρομές.

2. Ένα μικρό αεροπλάνο θα ξεκινήσει από την Κάρπαθο, θα πετάξει στα Χανιά μετά στο Σούνιο, και θα επιστρέψει στην Κάρπαθο. Θεωρούμε ότι το ταξίδι θα γίνει με ταχύτητα σταθερού μέτρου 250 km/h στα ευθύγραμμα τμήματα που συνδέουν τα τρία αεροδρόμια, ότι υπάρχει νηνεμία, ότι οι φάσεις προσγείωσης και απογείωσης έχουν πολύ μικρή διάρκεια σε σχέση με τη διάρκεια του ταξιδιού και ότι η καμπυλότητα της Γης δεν χρειάζεται να ληφθεί υπ' όψη. Οι αποστάσεις είναι: Χανιά – Σούνιο: 150 km και Χανιά – Κάρπαθος: 200 km. Κατανάλωση αεροπλάνου: 40 Lit ανά ώρα πτήσης. Κόστος καυσίμου: 0,85 €/Lit.

Σχήμα 1: Ο χάρτης της δραστηριότητας 2 του 3^{ου} φύλλου εργασίας. Οι αποστάσεις είναι σχεδόν ακριβείς, η ταχύτητα και η κατανάλωση ρεαλιστικές.



Υποθέτουμε ότι είσαι ο πιλότος του αεροπλάνου και πρέπει να δώσεις πλήρη στοιχεία κόστους και χρονικής διάρκειας της διαδρομής Κάρπαθος – Χανιά – Σούνιο – Κάρπαθος.

Οργανώστε με την ομάδα σου την επίλυση του προβλήματος. Συνόψισε τους λογαριασμούς.

Πίνακας 1: Αποστάσεις χρονικές διάρκειες και καταναλώσεις:

Κάρπαθος - Χανιά			Χανιά - Σούνιο			Σούνιο - Κάρπαθος		
Απόσταση	Διάρκεια	Κόστος	Απόσταση	Διάρκεια	Κόστος	Απόσταση	Διάρκεια	Κόστος

Περίγραψε τη στρατηγική σου. Υπάρχει σχέση ανάμεσα στα τετράγωνα των αποστάσεων; Ανάμεσα στα τετράγωνα των χρονικών διαρκειών; Στα κόστη; Γράψε τις παρατηρήσεις σου.

Σε ένα πραγματικό ταξίδι οι υποθέσεις που κάναμε ισχύουν κατά καλή ή όχι και τόσο καλή



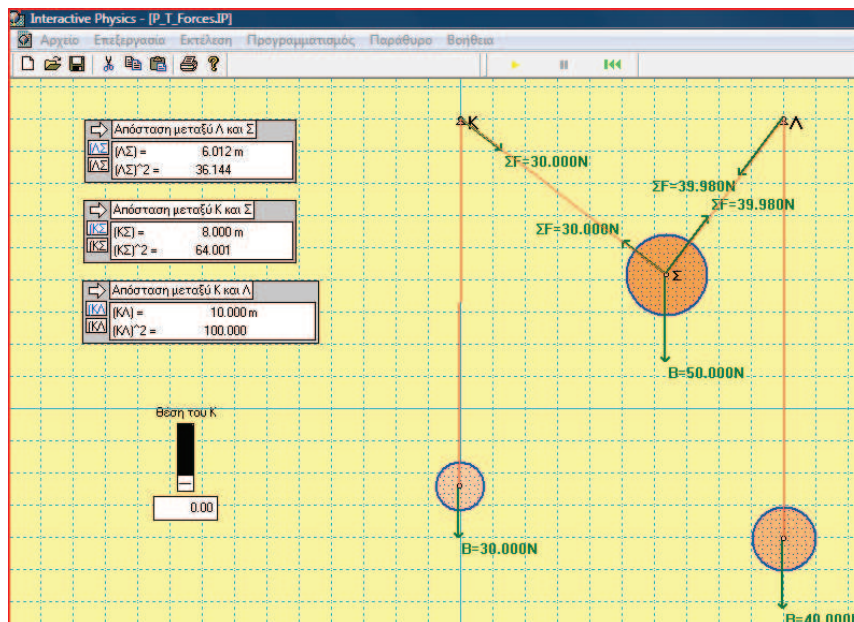
προσέγγιση. Τα αποτελέσματα όμως συνήθως βρίσκονται κοντά σε όσα υπολόγισες. Σκέψου και συζήτησε στην ομάδα παράγοντες που μπορούν να προκαλέσουν μικρή ή μεγάλη απόκλιση από τα αποτελέσματα που θα βρεις.

Παρατηρήσεις: Επίλυση αυθεντικού προβλήματος. Αποστάσεις, χρόνοι και καταναλώσεις ακολουθούν την πυθαγόρεια σχέση. Είναι: $d_1^2 + d_2^2 = d_3^2$. Αν $d_i = v\Delta t_i$, $i=1,2,3$, προκύπτει $\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2 = \Delta t_3^2$. Αν η κατανάλωση στη μονάδα χρόνου είναι k , η ποσότητα καυσίμου είναι: $\Pi_i = k\Delta t_i$ στη διαδρομή d_i . Η σχέση των τετραγώνων των χρόνων γράφεται: $k^2\Delta t_1^2 + k^2\Delta t_2^2 = k^2\Delta t_3^2$ και έτσι: $\Pi_1^2 + \Pi_2^2 = \Pi_3^2$.

Ως παράγοντες απόκλισης από τις τιμές που υπολογίστηκαν μπορεί να αναφερθούν ασθενείς άνεμοι, καταιγίδες, αεροναυτικά γυμνάσια και ότι άλλο. Μπορεί να γίνει μνεία του ότι η αυξημένη κατά την απογείωση κατανάλωση, εν μέρει αντισταθμίζεται από την μειωμένη κατά την προσγείωση, ενώ το μέτρο της ταχύτητας δεν είναι σταθερό, απλώς θεωρείται τέτοιο.

10.Δ: 4ο Φύλλο εργασίας

Εικόνα 2: Η οθόνη του interactive physics της δραστηριότητας του 4ου φύλλου εργασίας.



1. Άνοιξε τη δραστηριότητα "Σύνθεση δυνάμεων (Εφαρμογή IP)" Έχεις τρία σώματα, που συνδέονται με νήματα μέσω τροχαλιών. Το Σ με βάρος 50 N, και τα σώματα δεξιά και αριστερά του με αντίστοιχα βάρη 40 και 30 N. Τρέξε την εφαρμογή.
2. Χρησιμοποίησε τις πληροφορίες στα πλαίσια αριστερά και δείξε ότι η γωνία των νημάτων που συνδέονται με το Σ είναι 90° .
3. Γράψε το συμπέρασμα σχετικά με την ισορροπία των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.
4. Ο δρομέας αριστερά κάτω, ελέγχει τη θέση της τροχαλίας Κ. Διατύπωσε την εκτίμησή σου για τη γωνία που θα σχηματίζουν τα νήματα σε νέα θέση της τροχαλίας, άλλαξε τη θέση της και έλεγξε την υπόθεσή σου. Γράψε τις παρατηρήσεις σου. Επανάλαβε σε όλες τις δυνατές θέσεις και γράψε το συμπέρασμά σου.
5. Γράψε τη σχέση που συνδέει τα τετράγωνα των μέτρων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα Σ, όταν αυτό ηρεμεί.

6. Κάνε μία πρόβλεψη: Αν στην ίδια διάταξη το σώμα Σ έχει βάρος 75 N και τα δύο άλλα 45 και 60 N αντίστοιχα, θα σχηματίζουν ορθή γωνία τα νήματα; Αν τα βάρη είναι 40, 20 και 30 N; Κάνε τους υπολογισμούς και γράψε τις απαντήσεις στην κάθε μία περίπτωση.

7. Αν το Σ έχει βάρος 20 N και το ένα σώμα 16 N, πόσο είναι το βάρος του άλλου, αν τα νήματα σχηματίζουν ορθή γωνία;

8. Αν ένα από τα τρία σώματα έχει βάρος 120 N, προσδιόρισε συνδυασμό βαρών για τα άλλα δύο, ώστε τα νήματα να σχηματίζουν γωνία 90° .

Παρατήρηση: Για τις δύο τελευταίες ερωτήσεις χρησιμοποίησε χαρτί μολύβι και όπως πάντα το μυαλό σου. Η συγκεκριμένη εφαρμογή IP δεν σχεδιάστηκε για να απαντήσει σ' αυτές, μπορεί όμως να επεκταθεί ώστε να δώσει απάντηση. Δοκίμασε...

Παρατηρήσεις:

Θα πρέπει να είναι σαφές είναι ότι στην ισορροπία των τριών δυνάμεων, η όποια μία είναι αντίθετη της συνισταμένης των άλλων. Ο μαθητής αναμένουμε να οδηγηθεί στο συμπέρασμα ότι η γωνία μεταξύ των δυνάμεων από τα νήματα στο σώμα Σ είναι ορθή, γιατί οι αποστάσεις στο τρίγωνο $\Sigma\text{ΚΛ}$ είναι πυθαγόρειες, όπως φαίνεται στα πλαίσια αριστερά. Στη συνέχεια να διαπιστώσει ότι οι δυνάμεις παρακολουθούν την πυθαγόρεια σχέση. Αλλάζοντας την απόσταση των τροχαλιών θα δει ότι η γωνία είναι πάλι 90° και θα καταλήξει στο συμπέρασμα ότι η πυθαγόρεια σχέση (φαίνεται να) καλύπτει τις συγκεκριμένες δυνάμεις. Στη συνέχεια εφαρμόζει τη σχέση αυτή σε συγκεκριμένες τριάδες δυνάμεων. Αν το τετράγωνο της μεγάλης δύναμης είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων τα νήματα σχηματίζουν γωνία 90° . Η τριάδα 45, 60 και 75 είναι πυθαγόρεια, η άλλη όχι, στη δεύτερη ισορροπία τα νήματα σχηματίζουν άλλη γωνία. Στην τελευταία ερώτηση οι απαντήσεις είναι πολλές. Θεωρώντας ότι το ένα από τα τρία σώματα έχει βάρος 120 N θα προσδιορίσει τα άλλα δύο βάρη, παίρνοντας υπ' όψη τη σχετική θέση των σωμάτων. Για αριστερό, μεσαίο και δεξί σώμα αντίστοιχα σωστές τριάδες είναι: (90, 150, 120), (120, 200, 160) και (72, 120, 96) όλα σε N. Το κλειδί είναι να βρεθούν πυθαγόρειες τριάδες που περιέχουν τον αριθμό 120, ο οποίος μπορεί να γραφτεί σαν: $4X30$ (από εδώ η πρώτη τριάδα) ή $3X40$ (η δεύτερη τριάδα) ή $5X24$.

11. Συμπεράσματα

Η εργασία αυτή αποτελεί διδακτική πρόταση που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για να διερευνηθεί η αποτελεσματικότητα των διδακτικών παρεμβάσεων διαθεματικού περιεχομένου, της χρήσης λογισμικών στις μαθησιακές διαδικασίες και των δομολειτουργικών εκφράσεων στα φύλλα εργασίας καθώς και του συνδυασμού των παραπάνω. Υπάρχουν ήδη εργασίες (Όνομα συγγραφέων 2), που καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι η χρήση δομολειτουργικών εκφράσεων αυξάνει τη γνωστική επίδοση καθώς και την απόκτηση και διατήρηση μεταγνωστικών δεξιοτήτων.

12. Βιβλιογραφία – αναφορές

- (1) Ψυχάρης Σαράντος, Ηρακλείδης Χρήστος, Γούλας Κωνσταντίνος (2007) «Μια Διαθεματική προσέγγιση με χρήση των Νέων Τεχνολογιών: Η περίπτωση της Λιθοτριψίας και της Νεφρολιθίασης». 5ο Πανελλήνιο Συνέδριο «Διδακτική Φυσικών Επιστημών και Νέες Τεχνολογίες Εκπαίδευσης». Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, 15-18 Μαρτίου 2007.

- (2) Ψυχάρης Σαράντος & Φραγκάκης Κυπριανός (2006): «Η χρήση των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνιών για την ανάπτυξη μεταγνωστικών δεξιοτήτων και η χρήση διαδικτυακού εργαλείου για την αξιολόγησή τους». Συνέδριο της ΕΤΠΕ. Θεσσαλονίκη 5-8 Οκτωβρίου 2006. Σελ.523-530.



-Πρόγραμμα Σπουδών του Γυμνασίου (ΔΕΠΠΣ /ΑΠΣ, ΦΕΚ 303β/2003 και 304β/2003).

- <http://www.design-simulation.com/ip/index.php> Η ιστοσελίδα του interactive physics.

- "Student difficulties with graphical representations of negative values of velocity," F. M. Goldberg and J. H. Anderson, Phys. Teach. 27, 254-260 (1989).

- A. Poynter & D. Tall (2005), University of Warwick “What do mathematics and physics teachers think that students will find difficult? A challenge to accepted practices of teaching”.